

Área Temática: Finanças

**Tema: Replicando o índice Ibovespa com carteiras pequenas: uma comparação empírica entre dois métodos**

**AUTOR**

**ERIC KUTCHUKIAN**

EAESP - Fundação Getúlio Vargas

erickut@gmail.com

Resumo:

A replicação de um índice de ações é objeto relevante de estudo há um bom tempo. Isto se deve à grande demanda por produtos de investimento relacionados – os fundos de índice de ações. Entretanto, a replicação de índices não é um assunto resolvido na administração de portfólios, conforme demonstram Frino e Gallagher (2002). A contribuição deste artigo está em comparar, usando cotações diárias, duas metodologias: a de Replicação Plena, e a de Mínima Variância, para carteiras de diferentes tamanhos, tentando replicar o índice Ibovespa, entre os anos 2000 e o primeiro quadrimestre de 2008.

Abstract:

The stock index replication has been a relevant study subject for a while, in part because of the huge demand for related investment products – index stock funds. However, the index replication isn't a well established subject on portfolio management, according to Frino and Gallagher (2002). The main contribution of this paper is to compare, using daily data, two methodologies: The Full Replication and the Minimum Variance, for different size portfolios, trying to replicate the Ibovespa Index, in the period between the year 2000 and the first four months of 2008.

**Palavras-Chave: replicação de índice; teoria de carteiras; gestão de fundos**

## **Introdução**

A replicação de um índice de ações é objeto relevante de estudo há um bom tempo. Isto se deve à grande demanda por produtos de investimento relacionados – os fundos de índice de ações. O objetivo de tais fundos é acompanhar, o mais próximo possível, um índice de preços de ações. O aplicador de um fundo destes espera que, ao verificar a variação de um índice de ações (Ibovespa, por exemplo) ao final do dia, seu patrimônio neste fundo tenha obtido mesmo retorno. Estes fundos são os chamados “passivos”, pois não têm uma estratégia ativa de comprar e vender ações de maneira a superar o retorno de mercado, mas apenas persegui-lo.

O índice de mercado, a ser perseguido, é composto por várias ações. No caso do Ibovespa, sua composição é de mais de 50 ações, com diferentes proporções. Replicar exatamente a composição do Ibovespa em um fundo resultaria em uma replicação perfeita, mas custosa. Este alto custo advém de problemas relacionados à liquidez e aos lotes de negociação das ações. Assim, foram desenvolvidas diversas metodologias para a replicação de um índice de ações com poucas ações, geralmente mais líquidas no mercado e com maiores volumes. Entretanto, a replicação de índices não é um assunto resolvido na administração de portfólios, conforme demonstram Frino e Gallagher (2002). Eles constataram, por meio de um estudo conduzido comparando a performance de fundos de investimento em ações australianos e seu índice de referência (*benchmark* para os fundos), que há um grande desvio, ao longo do tempo, entre os retornos do índice e os retornos, sem o efeito das taxas de administração, destes fundos passivos de ações.

A contribuição deste artigo está em comparar, com dados diários, duas metodologias, a de Replicação Plena, e a de Mínima Variância, para carteiras de diferentes tamanhos, tentando replicar o índice Ibovespa, entre os anos 2000 e o primeiro quadrimestre de 2008.

## **Síntese de aspectos bibliográficos**

Há disponível uma razoavelmente extensa bibliografia sobre metodologias de replicação de índice e como verificar a qualidade de cada modelo.

Meade e Salkin (1990) examinam um modelo de replicação de índice por minimização quadrática do *tracking error*, ou seja, do desvio entre os retornos da carteira e do índice de referência. Eles propõem um modelo de rebalanceamento da carteira com periodicidade irregular, baseado no *trade-off* entre descolamento do índice e custos de transação, sendo o

rebalanceamento da carteira feito quando há necessidade (ou seja, quando a vantagem compensa o custo de transação).

Edirisinghe, Naik e Uppal (1993), baseados em Leland (1985), analisam a construção de um portfólio de opções para hedge, baseados em um modelo recursivo de dois estágios usado para a replicação de rendimentos convexos e não convexos, com um portfólio de opções com diferentes maturidades. O modelo também considera custos de transação, limitações referentes ao tamanho de lote negociado em bolsa, e limites em posições vendidas (que são impostos pelas corretoras), e sua influência sobre a periodicidade do rebalanceamento da carteira.

Sheng (2000) analisou quatro modelos de replicação de índice: Modelo de Replicação Plena (MRP), Modelo de Mínima Variância Global (MVG), Modelo de Black (MB), e Modelo de Minimização Quadrática (MMQ). Ele descreve estes quatro modelos, e os compara, através de diversas variáveis, entre elas: periodicidade de recomposição da carteira (esta tem influência direta nos custos de transação), *tracking error*, tamanho da carteira (número de ações) e risco. A conclusão do estudo é que não há um modelo consistentemente melhor: o modelo a ser escolhido depende das necessidades do administrador de ativos. Nos dados usados (1994 a 1999), havia uma forte concentração de peso de poucas ações no Ibovespa. Por exemplo, as duas ações com maior peso respondiam por 47,8% do Ibovespa, em 1998. Isto facilita a acurácia de qualquer modelo de replicação, o que pode ser uma explicação para o aparente sucesso dos quatro modelos neste trabalho. Embora no cenário atual a concentração ainda seja grande, é bem menor. Segundo a Bovespa, a carteira entre maio e agosto de 2008 tem, nas duas principais ações, o peso de 26,89% da carteira.

Ao mesmo tempo, a diferença entre três dos modelos supracitados é pequena: Os modelos MVG, MB e MMQ utilizam métodos de minimização da variância. O primeiro procura a carteira que minimiza a variância global (da carteira) dos retornos em excesso ao índice de *benchmark*. O MB e o MMQ fazem o mesmo, mas especificando que este retorno em excesso deve ter média 0, sendo que o MMQ envolve uma restrição: não é possível operar vendido. Isto significa retirar do modelo, manualmente, ativos que obtenham betas negativos, ou seja, em que o modelo recomende operar vendido no ativo em questão.

## **Metodologia**

A metodologia seguida consiste em calcular, tanto pelo MRP quanto pelo MVG as proporções de cada ativo em carteiras quadrimestrais, de diversos tamanhos, bem como seu retorno durante o próximo quadrimestre, e avaliar os resultados.

O modelo de replicação plena é orientado pelo critério usado pela Bovespa para a construção do índice, que baseia-se na negociabilidade dos ativos. Podemos indicar a participação de cada ativo em uma determinada carteira indicando seu peso assim:

$V_A$  : proporção do ativo no índice.

$V_B$  : soma das proporções dos ativos da carteira no índice.

Para definirmos a participação de cada ativo na carteira teórica do índice fazemos:

$$PARTICIPAÇÃO DO ATIVO = \frac{V_A}{V_B}$$

Em seu estudo, Kempf e Memmel (2006) provam, matematicamente, que os resultados (composição da carteira) do conhecido método MVG, supracitado, são exatamente os mesmos de uma regressão linear múltipla, sendo que o alfa da regressão é o retorno médio esperado da carteira, os Betas são as proporções dos ativos, e a variância do erro é o *tracking error*.

Foi escolhido o retorno de mercado a ser replicado para ser a variável dependente. Para as variáveis independentes, são escolhidos os ativos com maior participação no índice, ranqueados. Para a carteira de dois ativos, utiliza-se os primeiros dois do ranking, para a de quatro ativos, os primeiros quatro e assim por diante.

Assim:

$$RM_t = \alpha + \beta_i * R_{it} + \xi_t, t = 1, \dots, T > i$$

onde:

$RM_t$  é o retorno do *benchmark*, no caso Ibovespa, no tempo  $t$ .

$\beta_i$  : beta do ativo  $i$

$R_{it}$  : retorno do ativo  $i$  no momento  $t$ .

$\xi_t$  : erro no momento  $t$

Assim sendo, para calcular as carteiras pelo MVG utilizamos o software de estatística SPSS.

Podemos descrever a metodologia seguida pelos seguintes passos:

1. Coleta das composições do ibovespa de 2000 a 2008 (até abril)
2. Coleta de séries históricas, em periodicidade diária, do ibovespa e dos ativos envolvidos (alistados no item 1), de 1/1/2000 a 30/04/2008, pelo site da

Bovespa e pelo sistema Economática. Cálculo dos retornos logarítmicos do ibovespa e dos ativos envolvidos.

3. Construção dos portfólios, pelo MRP, com 2, 3, 4, 5... 17 e 18 ativos. No total, são 25 quadrimestres com 17 carteiras (cada uma com um tamanho diferente) cada, totalizando 425 carteiras. Cálculo dos retornos das carteiras, retornos em excesso ao índice ibovespa e retornos em excesso acumulados, bem como estatísticas descritivas referentes a estes números.
4. Construção dos portfólios, pelo MVG, com 2, 4, 6, 8 e 10 ativos. No total, são 24 quadrimestres com 5 carteiras (cada uma com um tamanho diferente) cada, totalizando 120 carteiras. Cálculo dos retornos das carteiras, retornos em excesso ao índice ibovespa e retornos em excesso acumulados, bem como estatísticas descritivas referentes a estes números. Segundo Sheng(2000), o MVG tem vantagens sobre o MRP quando o número de ativos na carteira é reduzido, sendo este o motivo para se usar um espectro menor de tamanhos de carteira.
5. Análise dos resultados dos dois métodos
6. Comparação entre os resultados dos dois métodos.

## **Dados**

Os dados utilizados consistem de:

- Composições da carteira do Ibovespa, em 25 quadrimestres entre janeiro de 2000 e abril de 2008.
- Cotações diárias de fechamento do ibovespa e de ações, ajustadas por proventos, uma vez que o Ibovespa também o é, segundo consta em sua metodologia, descrita no endereço citado na seção de Referências Bibliográficas. A escolha das ações baseia-se nas composições da carteira do ibovespa. São escolhidas as 18 ações com maior participação no índice, a cada quadrimestre, o que, pela metodologia utilizada no índice, significa as 18 ações com maior liquidez do mercado, para cada período.

Durante o período abrangido, houve significativas quedas e altas, sendo que o saldo final é positivo, com o Ibovespa mostrando uma valorização superior a 300%, durante estes 8 anos e quatro meses.

## **Resultados**

### **MRP – Método de Replicação Plena**

Para o método de replicação plena, obtivemos bons resultados com diversos tamanhos de carteiras, sendo que o *tracking error* tem seu desvio padrão diminuindo conforme cresce o tamanho da carteira.

Veja nas tabelas 1 e 2, anexas, um resumo dos resultados para o MRP.

A tabela 1 mostra o resultado simulado para cada carteira, em relação ao Ibovespa. Note que são 8 anos de série, considerando o rebalanceamento quadrimestral. Realmente as carteiras não replicam, o tempo todo, perfeitamente, o Ibovespa. Entretanto, nota-se que ela não se distancia dele consistentemente.

Todas as médias são estatisticamente significantes ao nível 5%.

Note os resultados no gráfico 1, anexo. Neste gráfico colocamos apenas algumas das carteiras, a fim de facilitar a visualização. Nota-se que não há um padrão. Entretanto, nota-se que, como já era de se esperar, quanto maior o portfólio, mais próximo de zero (replicação perfeita) estamos.

Convém notar que, na análise acima, pressupõe-se aplicar em um fundo com esta política de investimento em janeiro de 2000, e nele permanecer.

A fim de generalizar o momento de entrada, foi calculada a tabela 2. Nela vemos a estatística descritiva para os desvios dos retornos, em periodicidade diária, entre o Ibovespa e cada carteira. Nota-se que, como era de se esperar, tanto o desvio padrão como a amplitude diminuem ao passo que a carteira recebe mais ativos. A média dos retornos excessivos se mantém muito próxima a zero, para todas as carteiras, mesmo este não sendo um modelo de regressão, apenas copiando as proporções sugeridas pela Bovespa.

### **MVG – Método da Mínima Variância Global**

Conforme indicado por Sheng (2000), calculamos apenas carteiras menores pelo MVG, uma vez que carteiras pequenas é o forte dele.

Para a estimação dos Betas o período usado foi o quadrimestre anterior, tendo um  $n$  entre 75 e 81 pregões. Veja na Tabela 3, anexa, os portfólios resultantes das regressões, já ajustados para formar cada portfólio com soma das participações 100%.

Todas variáveis mostraram significância ao nível de confiança 5%.

Veja nas tabelas 3 e 4, abaixo, um resumo dos resultados.

#### **Tabela 4**

Nesta tabela encontra-se a estatística descritiva da média do desvio da rentabilidade acumulada das carteiras em relação

| <b>Desvio dos retornos acumulados entre Ibovespa e cada carteira</b> |                 |                 |                 |                 |                 |
|--|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| <b>Carteiras</b>   | <b>2 ativos</b> | <b>3 ativos</b> | <b>4 ativos</b> | <b>6 ativos</b> | <b>8 ativos</b> |
| <b>média</b>   | 3,2%            | -1,0%           | -22,6%          | -22,4%          | -11,0%          |
| <b>desvio padrão</b>   | 10,1%           | 13,4%           | 12,5%           | 11,7%           | 6,6%            |
| <b>máximo</b>  | 29,5%           | 23,8%           | 4,5%            | 5,0%            | 4,1%            |
| <b>mínimo</b>  | -17,0%          | -25,2%          | -41,6%          | -36,7%          | -20,3%          |
| <b>amplitude</b>   | 46,58%          | 48,99%          | 46,10%          | 41,64%          | 24,38%          |
| <b>Final do período</b>  | 13,83%          | -9,46%          | -30,47%         | -27,97%         | -9,32%          |

#### **Tabela 5**

Nesta tabela encontra-se a estatística descritiva dos desvios das carteiras em relação ao Ibovespa, ou seja, os retornos em excesso das carteiras

| <b>Desvios dos retornos entre Ibovespa e cada carteira</b> |                 |                 |                 |                 |                 |
|--|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| <b>Carteiras</b>   | <b>2 ativos</b> | <b>3 ativos</b> | <b>4 ativos</b> | <b>6 ativos</b> | <b>8 ativos</b> |
| <b>Máximo</b>  | 5,7%            | 2,4%            | 2,3%            | 2,6%            | 2,4%            |
| <b>Mínimo</b>  | -5,1%           | -3,7%           | -3,2%           | -2,2%           | -1,7%           |
| <b>Amplitude</b>   | 10,8%           | 6,1%            | 5,5%            | 4,8%            | 4,1%            |
| <b>Desvio Padrão</b>                                       | 0,9%            | 0,7%            | 0,6%            | 0,5%            | 0,4%            |
| <b>Média</b>   | -0,01%          | 0,00%           | 0,02%           | 0,02%           | 0,00%           |
| <b>R2 médio</b>  | 0,76            | 0,87            | 0,88            | 0,94            | 0,95            |

Nota-se que o poder de explicação da regressão é alto, e aumenta conforme a carteira aumenta. Entretanto, a partir de 6 ativos este aumento é modesto.

#### **Comparação entre os modelos**

A fim de comparar os modelos, agrupamos duas tabelas em uma, com os mesmos tamanhos de carteira, na tabela 6, abaixo.

| <b>Tabela 6</b>   |                 |                 |                 |                 |                 |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| <b>MRP: Desvios dos retornos entre Ibovespa e cada carteira</b> |                 |                 |                 |                 |                 |
| <b>Carteiras</b>  | <b>2 ativos</b> | <b>3 ativos</b> | <b>4 ativos</b> | <b>6 ativos</b> | <b>8 ativos</b> |
| <b>Máximo</b>   | 4,5%            | 4,4%            | 4,5%            | 4,2%            | 3,9%            |
| <b>Mínimo</b>   | -7,3%           | -5,9%           | -4,8%           | -4,2%           | -4,2%           |
| <b>Amplitude</b>  | 11,8%           | 10,3%           | 9,3%            | 8,3%            | 8,0%            |
| <b>Desvio Padrão</b>  | 1,0%            | 0,8%            | 0,8%            | 0,7%            | 0,6%            |
| <b>Média</b>  | 0,00%           | 0,01%           | 0,01%           | 0,01%           | 0,00%           |
| <b>MVG: Desvios dos retornos entre Ibovespa e cada carteira</b> |                 |                 |                 |                 |                 |
| <b>Carteiras</b>  | <b>2 ativos</b> | <b>3 ativos</b> | <b>4 ativos</b> | <b>6 ativos</b> | <b>8 ativos</b> |
| <b>Máximo</b>   | 5,7%            | 2,4%            | 2,3%            | 2,6%            | 2,4%            |
| <b>Mínimo</b>   | -5,1%           | -3,7%           | -3,2%           | -2,2%           | -1,7%           |
| <b>Amplitude</b>  | 10,8%           | 6,1%            | 5,5%            | 4,8%            | 4,1%            |
| <b>Desvio Padrão</b>  | 0,9%            | 0,7%            | 0,6%            | 0,5%            | 0,4%            |
| <b>Média</b>  | -0,01%          | 0,00%           | 0,02%           | 0,02%           | 0,00%           |
| <b>R2 médio</b>   | 0,76            | 0,87            | 0,88            | 0,94            | 0,95            |

Notamos que as médias dos dois modelos são semelhantes, em torno de zero. Entretanto, a amplitude, que pode ser considerada uma medida de risco, neste caso, é sempre menor no MVG. O mesmo ocorre com o desvio padrão. Assim, o MVG parece ser melhor, nesta análise.

Vejam também o desempenho na simulação histórica feita, a entre 2000 e abril de 2008, na tabela 7.

Neste caso, não é possível encontrar um modelo melhor em qualquer cenário. O MVG obteve uma menor amplitude em todos os casos, mas seu desvio padrão nem sempre é menor que o do MRP.

As diferenças ao final do período não são pequenas, mas ao mesmo tempo não são significantes, já que no período a variação do Ibovespa foi superior a 300%. Mesmo assim, nota-se que os dois modelos falham em se manterem, no longo prazo, sempre próximos ao Ibovespa, com carteiras pequenas.

Assim, nota-se que o método de replicação de índice, seja pelo MVG ou pelo MRP, tem limitações quando se pensa no longo prazo, com carteiras pequenas, ou seja, com poucas ações.

Esta conclusão é reforçada pela intuição ao verificar os gráficos 1 e 2, anexos.

**Tabela 7**

| <b>MRP: Desvio dos retornos acumulados entre Ibovespa e cada carteira</b> |                 |                 |                 |                 |                 |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| <b>Carteiras</b>  | <b>2 ativos</b> | <b>3 ativos</b> | <b>4 ativos</b> | <b>6 ativos</b> | <b>8 ativos</b> |
| <b>média</b>  | 2,0%            | -4,1%           | -12,8%          | -16,9%          | -7,0%           |
| <b>desvio padrão</b>  | 10,8%           | 16,1%           | 10,6%           | 9,0%            | 6,1%            |
| <b>máximo</b>   | 25,0%           | 24,7%           | 13,1%           | 12,8%           | 10,1%           |
| <b>mínimo</b>   | -24,2%          | -31,4%          | -31,5%          | -29,4%          | -16,9%          |
| <b>amplitude</b>  | 49,15%          | 56,08%          | 44,56%          | 42,19%          | 26,99%          |
| <b>Final do período</b>   | 11,03%          | -12,00%         | -12,72%         | -15,74%         | -1,96%          |

| <b>MVG: Desvio dos retornos acumulados entre Ibovespa e cada carteira</b> |                 |                 |                 |                 |                 |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| <b>Carteiras</b>  | <b>2 ativos</b> | <b>3 ativos</b> | <b>4 ativos</b> | <b>6 ativos</b> | <b>8 ativos</b> |
| <b>média</b>  | 3,2%            | -1,0%           | -22,6%          | -22,4%          | -11,0%          |
| <b>desvio padrão</b>  | 10,1%           | 13,4%           | 12,5%           | 11,7%           | 6,6%            |
| <b>máximo</b>   | 29,5%           | 23,8%           | 4,5%            | 5,0%            | 4,1%            |
| <b>mínimo</b>   | -17,0%          | -25,2%          | -41,6%          | -36,7%          | -20,3%          |
| <b>amplitude</b>  | 46,58%          | 48,99%          | 46,10%          | 41,64%          | 24,38%          |
| <b>Final do período</b>   | 13,83%          | -9,46%          | -30,47%         | -27,97%         | -9,32%          |

## Conclusões

Após as análises absoluta e a comparativa dos modelos, notamos que para o curto prazo, o modelo de mínima variância global é preferido. De uma maneira geral, ele replica melhor o Ibovespa, em todos os tamanhos de carteiras que testamos. Este resultado é diferente do encontrado por Sheng (2000). Talvez isto se deva ao fato de o Ibovespa apresentar uma concentração de peso em poucas empresas, ainda que grande, menor que à época do estudo de Sheng, que abrange 1989 a 1998. Como a concentração em poucas ações era maior à época, qualquer modelo de replicação era favorecido, dificultando a distinção de qual seria o melhor. Dada a menor concentração atual, obtemos resultados diferentes.

Entretanto, para o longo prazo, nenhum dos modelos é muito satisfatório, embora funcione. Ao mesmo tempo, surge a necessidade de fazer uma comparação entre o custo adicional de transações ao se replicar, com todas as ações, o Ibovespa, e o tracking error do retorno acumulado de uma carteira de MVG ou MRP, com poucas ações. Também o MVG se torna mais eficiente no longo prazo aumentando-se a frequência de rebalanceamento da carteira? Será que o menor custo compensa o erro? Qual a frequência ótima de rebalanceamento? Este tema é lançado como pergunta para futuras pesquisas.

## Referências Bibliográficas

**BOVESPA.** *Ibovespa*. Disponível em:  
<<http://www.bovespa.com.br/Pdf/Indices/IBovespa.pdf>>

Acesso em: 07/10/2007

**BOVESPA.** *Ibovespa - Carteiras Teóricas nos anos 2000*. Disponível em:  
<http://www.bovespa.com.br/pdf/00.pdf> Acesso em: 01/06/2008

**BOVESPA.** *Ibovespa – Série Histórica de preços diários*. Disponível em:  
<http://www.bovespa.com.br/pdf/IBovespaNominal.pdf> Acesso em: 01/06/2008

**EDIRISINGHE, C., NAIK, V. e UPPAL, R.** *Developing Optimal Replication of Options with Transactions Costs and Trading Restrictions*. The Journal of Financial and Quantitative Analysis Vol 28, No. 1, Mar 1993 p. 117-138.

**KEMPF, A. e MEMMEL, C.** *Estimating the Global Minimum Variance Portfolio*. Schmalenbach Business Review, Vol. 58, October 2006

**LEITE, H. P., SANVICENTE, A. Z.** *Índice Bovespa: um padrão para os investimentos brasileiros*. São Paulo : Atlas, 1994. 140 p.

**MEADE, N. e SALKIN, G. R.** *Developing and Maintaining an Equity Index Fund* London: Journal of the Operational Research Society, Vol 41, No. 07 (Jul., 1990) pp 599-607

**POPE, P. F., YADAV, P. K.** *Discovering errors in tracking error*. The Journal of Portfolio Management, v. 20, n. 2, p. 27-32, Winter 1994.

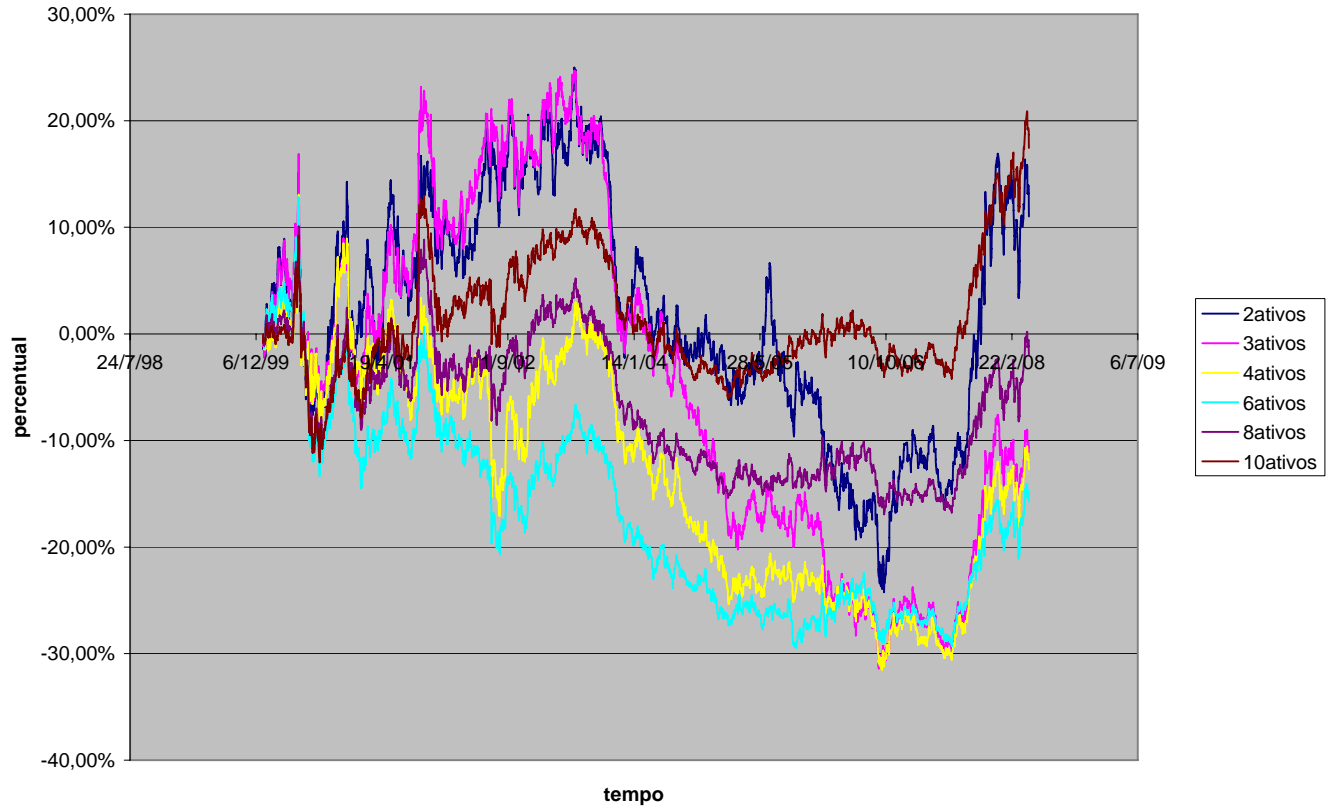
**SHENG, H. H.** *Métodos para replicação de índices: revisão e aplicação ao Ibovespa*. Dissertação (Mestrado em Finanças) – Escola de Administração de Empresas de São Paulo, Fundação Getúlio Vargas, 2000

## **Anexos**



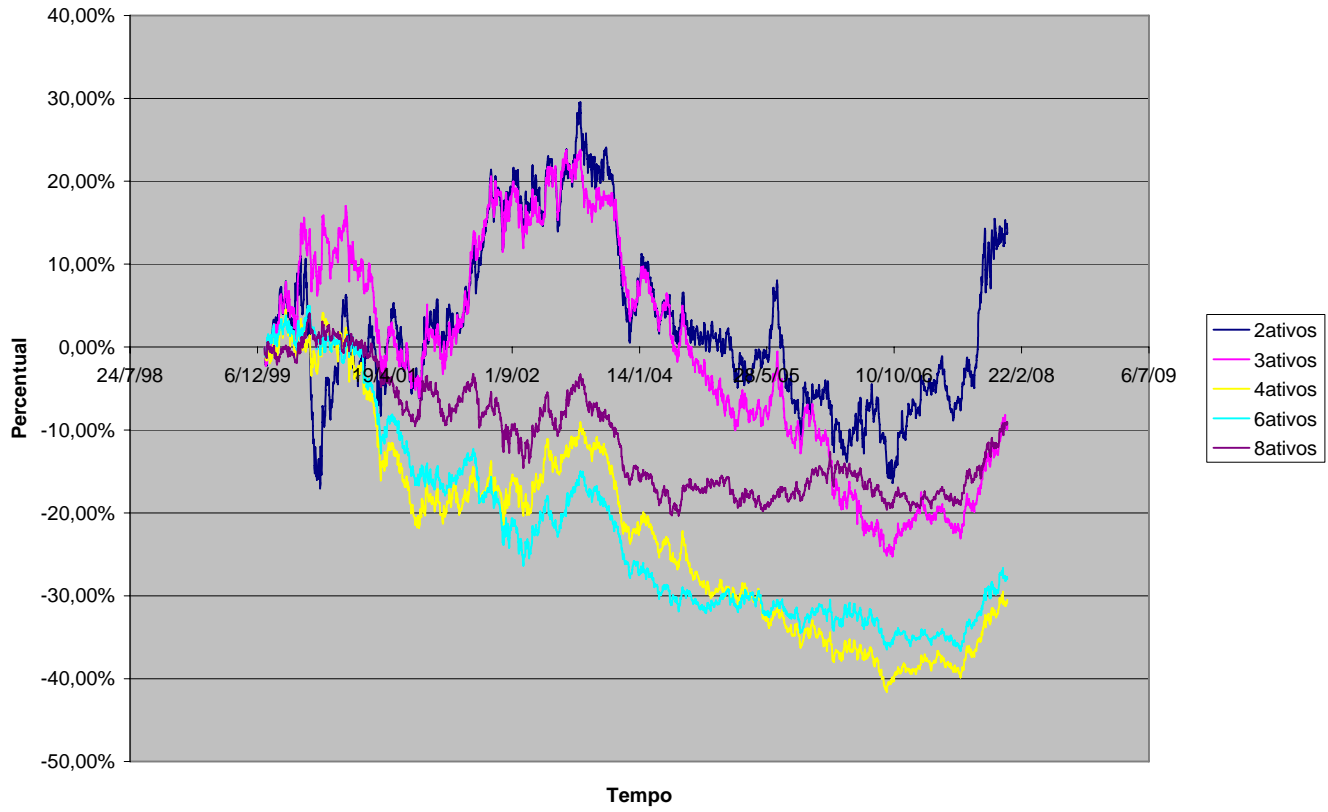
# Gráfico 1

## MRP - retornos excessivos ao índice acumulados



## Gráfico 2

MVG: Retornos excessivos ao ibovespa acumulados





|    |   |              |        |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----|---|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 9  | 1 | 200209 TNLP4 | 61,80% | 88,90% | 53,00% | 90,60% | 40,50% | 93,10% | 33,60% | 95,40% | 34,10% | 95,50% |
|    | 2 | 200209 PETR4 | 19,00% |        | 12,90% |        | 13,50% |        | 14,50% |        | 5,30%  |        |
|    | 3 | 200209 BBDC4 |        |        | 16,30% |        | 19,60% |        | 7,00%  |        | 7,80%  |        |
|    | 4 | 200209 EBTP4 |        |        |        |        | 7,60%  |        | 5,50%  |        | 5,80%  |        |
|    | 5 | 200209 ELET6 |        |        |        |        |        |        | 14,40% |        | 14,00% |        |
|    | 6 | 200209 ITAU4 |        |        |        |        |        |        | 7,10%  |        | 6,60%  |        |
|    | 7 | 200209 PETR3 |        |        |        |        |        |        |        |        | 7,90%  |        |
|    | 8 | 200209 VALE5 |        |        |        |        |        |        |        |        | 3,10%  |        |
| 10 | 1 | 200301 TNLP4 | 61,20% | 86,80% | 54,70% | 88,70% | 37,90% | 94,10% | 33,00% | 96,40% | 29,60% | 96,70% |
|    | 2 | 200301 PETR4 | 17,90% |        | 17,30% |        | 18,90% |        | 11,70% |        | 0,02%  |        |
|    | 3 | 200301 BBDC4 |        |        | 13,50% |        | 11,60% |        | 1,90%  |        | 3,86%  |        |
|    | 4 | 200301 EBTP4 |        |        |        |        | 11,80% |        | 10,50% |        | 11,00% |        |
|    | 5 | 200301 ITAU4 |        |        |        |        |        |        | 9,50%  |        | 8,10%  |        |
|    | 6 | 200301 ELET6 |        |        |        |        |        |        | 12,10% |        | 10,60% |        |
|    | 7 | 200301 PETR3 |        |        |        |        |        |        |        |        | 12,60% |        |
|    | 8 | 200301 CMIG4 |        |        |        |        |        |        |        |        | 3,70%  |        |
| 11 | 1 | 200305 TNLP4 | 45,90% | 80,00% | 36,80% | 87,70% | 31,00% | 93,30% | 23,70% | 95,40% | 21,90% | 96,10% |
|    | 2 | 200305 PETR4 | 22,40% |        | 17,60% |        | 18,20% |        | 18,40% |        | 19,50% |        |
|    | 3 | 200305 BBDC4 |        |        | 25,70% |        | 21,60% |        | 15,50% |        | 16,10% |        |
|    | 4 | 200305 EBTP4 |        |        |        |        | 10,10% |        | 9,70%  |        | 9,10%  |        |
|    | 5 | 200305 ITAU4 |        |        |        |        |        |        | 2,00%  |        | -0,85% |        |
|    | 6 | 200305 ELET6 |        |        |        |        |        |        | 10,90% |        | 7,90%  |        |
|    | 7 | 200305 PETR3 |        |        |        |        |        |        |        |        | -3,00% |        |
|    | 8 | 200305 CMIG4 |        |        |        |        |        |        |        |        | 9,80%  |        |
| 12 | 1 | 200309 TNLP4 | 49,30% | 77,50% | 38,10% | 83,80% | 30,00% | 88,60% | 30,60% | 92,50% | 28,30% | 93,70% |
|    | 2 | 200309 PETR4 | 33,00% |        | 32,30% |        | 28,70% |        | 22,00% |        | 17,90% |        |
|    | 3 | 200309 EBTP4 |        |        | 13,00% |        | 12,10% |        | 8,50%  |        | 9,30%  |        |
|    | 4 | 200309 BBDC4 |        |        |        |        | 20,20% |        | 10,80% |        | 9,50%  |        |
|    | 5 | 200309 ITAU4 |        |        |        |        |        |        | 9,00%  |        | 7,40%  |        |
|    | 6 | 200309 ELET6 |        |        |        |        |        |        | 8,80%  |        | 6,30%  |        |
|    | 7 | 200309 VALE5 |        |        |        |        |        |        |        |        | 6,60%  |        |
|    | 8 | 200309 CMIG4 |        |        |        |        |        |        |        |        | 6,30%  |        |
| 13 | 1 | 200401 TNLP4 | 53,50% | 91,30% | 45,40% | 93,00% | 39,40% | 94,30% | 33,20% | 95,60% | 29,40% | 96,80% |
|    | 2 | 200401 PETR4 | 37,80% |        | 36,00% |        | 30,70% |        | 25,10% |        | 20,40% |        |
|    | 3 | 200401 EBTP4 |        |        | 10,40% |        | 9,30%  |        | 8,50%  |        | 8,50%  |        |
|    | 4 | 200401 BBDC4 |        |        |        |        | 17,30% |        | 12,60% |        | 6,00%  |        |
|    | 5 | 200401 VALE5 |        |        |        |        |        |        | 6,80%  |        | 6,80%  |        |
|    | 6 | 200401 ELET6 |        |        |        |        |        |        | 9,80%  |        | 7,10%  |        |
|    | 7 | 200401 CMIG4 |        |        |        |        |        |        |        |        | 9,00%  |        |
|    | 8 | 200401 ITAU4 |        |        |        |        |        |        |        |        | 10,50% |        |
| 14 | 1 | 200405 TNLP4 | 57,80% | 86,70% | 45,50% | 90,80% | 38,20% | 92,80% | 27,30% | 95,90% | 25,80% | 97,40% |
|    | 2 | 200405 PETR4 | 33,70% |        | 29,20% |        | 22,70% |        | 15,40% |        | 11,60% |        |
|    | 3 | 200405 EBTP4 |        |        | 14,70% |        | 14,30% |        | 12,40% |        | 9,90%  |        |
|    | 4 | 200405 BBDC4 |        |        |        |        | 18,20% |        | 15,60% |        | 10,80% |        |
|    | 5 | 200405 VALE5 |        |        |        |        |        |        | 7,90%  |        | 5,90%  |        |
|    | 6 | 200405 ELET6 |        |        |        |        |        |        | 13,40% |        | 8,60%  |        |
|    | 7 | 200405 USIM5 |        |        |        |        |        |        |        |        | 6,90%  |        |
|    | 8 | 200405 CMIG4 |        |        |        |        |        |        |        |        | 8,30%  |        |
| 15 | 1 | 200409 TNLP4 | 51,40% | 74,30% | 42,00% | 78,50% | 35,20% | 8,76%  | 32,30% | 91,60% | 29,20% | 93,80% |
|    | 2 | 200409 PETR4 | 25,00% |        | 24,20% |        | 24,50% |        | 18,00% |        | 16,90% |        |
|    | 3 | 200409 EBTP4 |        |        | 8,50%  |        | 5,30%  |        | 5,20%  |        | 4,10%  |        |
|    | 4 | 200409 USIM5 |        |        |        |        | 16,90% |        | 15,30% |        | 10,60% |        |
|    | 5 | 200409 VALE5 |        |        |        |        |        |        | 6,70%  |        | 6,10%  |        |
|    | 6 | 200409 BBDC4 |        |        |        |        |        |        | 13,00% |        | 11,80% |        |
|    | 7 | 200409 ELET6 |        |        |        |        |        |        |        |        | 5,70%  |        |
|    | 8 | 200409 CSNA3 |        |        |        |        |        |        |        |        | 4,90%  |        |
| 16 | 1 | 200501 TNLP4 | 53,70% | 82,50% | 46,70% | 88,00% | 47,80% | 91,50% | 40,50% | 93,90% | 32,00% | 95,30% |
|    | 2 | 200501 PETR4 | 31,20% |        | 18,30% |        | 9,00%  |        | 5,60%  |        | 7,50%  |        |
|    | 3 | 200501 USIM5 |        |        | 21,60% |        | 15,70% |        | 7,20%  |        | 6,40%  |        |
|    | 4 | 200501 VALE5 |        |        |        |        | 15,90% |        | 11,60% |        | 11,90% |        |
|    | 5 | 200501 CSNA3 |        |        |        |        |        |        | 13,10% |        | 8,10%  |        |
|    | 6 | 200501 EBTP4 |        |        |        |        |        |        | 7,70%  |        | 6,30%  |        |
|    | 7 | 200501 ELET6 |        |        |        |        |        |        |        |        | 8,70%  |        |
|    | 8 | 200501 GGBR4 |        |        |        |        |        |        |        |        | 5,70%  |        |

